T3: Herleitungen für Slide 29

Claudius Gräbner

November 22, 2020

Ausgangspunkt ist die Cobb-Douglas Produktionsfunktion:

$$F(K,N;A,\alpha) = X = AK^{\alpha}N^{1-\alpha} \tag{1}$$

Um das marginale Produkt der Arbeit zu bekommen leiten wir ab:

$$\frac{\partial F(\cdot)}{N} = AK^{\alpha}\left(1-\alpha\right)N^{1-\alpha-1} \tag{2}$$

Der Exponent von N, $1-\alpha-1$, kann vereinfacht werden zu $-\alpha = -1\cdot\alpha$.

Da für negative Exponenten generell gilt

$$x^{-1} = \frac{1}{x} \tag{3}$$

können wir Gleichung (2) weiter vereinfachen:

$$\frac{\partial F(\cdot)}{N} = AK^{\alpha}\left(1-\alpha\right)N^{1-\alpha-1} \tag{4}$$

$$= \left(1-\alpha\right)AK^{\alpha}N^{-1\cdot\alpha} \tag{5}$$

$$= \left(1-\alpha\right)AK^{\alpha}\frac{1}{N^{\alpha}} \tag{6}$$

$$= \left(1-\alpha\right)A\frac{K^{\alpha}}{N^{\alpha}} \tag{7}$$

Da wiederum allgemein gilt, dass $\frac{x^a}{y^a} = \left(\frac{x}{y}\right)^a$, ergibt sich aus Gleichung (7) dann

$$\frac{\partial F(\cdot)}{N} = \left(1-\alpha\right)A\left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha} \tag{8}$$

Den Ausdruck von den Slides bekommt man dann indem man $\frac{K}{N}$ durch k ersetzt.

Beim marginalen Produkt des Kapitals werden die gleichen Regeln verwendet und die Herleitung folgt dem gleichen Prinzip.